А. П. Кармазин, Д. Р. Мухутдинова

Сургут, kap@kpm.surgu.ru, manilir@mail.ru

ГРАНИЧНЫЕ СВОЙСТВА КВАЗИИЗОМЕТРИЙ БЕСКОНЕЧНОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

В работе изучаются граничные и метрические свойства квазиизометрий бесконечносвязных областей евклидова пространства R^n, $n \geqslant 2$, рассматриваются свойства предконцов, а также других построенных на их основе граничных элементов и их поведение при квазиизометриях таких областей.

Пусть $\{D\}$ есть семейство всех бесконечносвязных областей R^n, $D \in \{D\}$ и $\lambda_D(x, y)$ — некоторая внутренняя метрика D. Понятия λ-предконца и простого λ-предконца области D даются по схеме для случая областей R^n, гомеоморфных шару ([1], [2]). Отметим, что при изучении свойств λ-предконцов важную роль при различных построениях играет понятие образующей кривой λ-предконца ([1], [2]). Пусть $V[D]$, $V_0(D)$ — множества соответственно всех λ-предконцов и простых λ-предконцов D; $\Phi[D]$ — множество граничных элементов D, полученных при факторизации λ-предконцов D по их общему цоколю, $\Phi_0[D]$ — множество минимальных элементов $\Phi[D]$; $M[D]$ — множество молекул D, ее граничных элементов, построенных с помощью полных брусков, специальных элементов $\Phi[D]$ ([1], [2]). Показывается, что приведенные в [1], [2] общие схемы построений и многие основные результаты теории λ-предконцов областей R^n, гомеоморфных шару, остаются справедливыми и для областей $D \in \{D\}$. Например, имеют место следующие теоремы теории λ-предконцов.

Теорема 1. *Любая область $D \in \{D\}$ секвенциально предкомпактна в пополненных пространствах $D \cup \Phi_0[D]$*

и $D \cup M[D]$*; кроме того,* $D \cup M[D]$ *еще и хаусдорфово.*

Теорема 2. *Любая* λ*-квазиизометрия* $f : D \to G$ *областей* D*,* $G \in \{D\}$*, продолжается до гомеоморфизмов пополнений* $D \cup V_0[D]$*,* $D \cup \Phi_0[D]$*,* $D \cup M[D]$ *на соответствующие пополнения области* G*, и все типы элементов, полученных при классификации в* $V_0[D]$*,* $\Phi_0[D]$*,* $M[D]$*, сохраняются при этом продолжении.*

Однако для случая бесконечносвязных областей некоторые свойства рассматриваемых граничных элементов этих областей и их классификация могут существенно измениться. Например, для гомеоморфной шару области D цоколь любого полного бруска D всегда связен, и если он является невырожденным, то обязательно состоит из континуума простых λ-предконцов D. В случае бесконечносвязных областей это не так. Нетрудно привести примеры даже плоских бесконечносвязных областей D с заданными на них, например, внутренними метриками Мазуркевича $\delta_D(x, y)$ или Римана $\rho_D(x, y)$, которые будут обладать полными брусками с несвязными цоколями и состоять из двух или любого конечного числа простых λ-предконцов D.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кармазин А. П. *Основные теоремы теории предконцов пространственных областей* // Матем. труды. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 1998. – Т. 1. – Вып. 2. – С. 79–110.

2. Кармазин А. П. *Квазиизометрии, теория предконцов и метрические структуры пространственных областей. Применения теории предконцов.* – Сургут: СурГУ, 2008. – 296 с.